**ЛЕКЦІЯ 11. НЕЧІТКА ЛОГІКА**

* [Нечіткі множини](http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/html/theme11.htm" \l "11_1)
* [Основні характеристики нечітких множин](http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/html/theme11.htm#11_2)
  + [Приклади нечітких множин](http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/html/theme11.htm#11_2_1)
  + [Методи побудови функцій приналежності нечітких множин](http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/html/theme11.htm#11_2_2)
* [Операції над нечіткими множинами](http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/html/theme11.htm#11_2_3)
  + [Приклади](http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/html/theme11.htm#11_3_4)
  + [Наочне представлення операцій над нечіткими множинами](http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/html/theme11.htm#11_3_5)
  + [Властивості операцій И і З](http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/html/theme11.htm#11_3_6)
* [Нечітка і лінгвістична змінні](http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/html/theme11_1.htm#11_4)
  + [Приклад](http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/html/theme11_1.htm#11_4_1)
* [Нечіткі висловлення і нечіткі моделі систем](http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/html/theme11_1.htm#11_5)
  + [Висловлення на множині значень фіксованої лінгвістичної змінної](http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/html/theme11_1.htm#11_5_1)
* [Нечіткі множини в системах керування](http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/html/theme11_1.htm#11_6)
  + [Загальна структура нечіткого мікроконтролера](http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/html/theme11_1.htm#11_6_1)
* [Нечітка логіка в Matlab](http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/html/theme11_1.htm#11_7)
* [Переваги нечітких систем](http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/html/theme11_1.htm#11_8)
* [Застосування нечітких систем](http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/html/theme11_1.htm#11_9)

Мабуть, найбільш вражаючою властивістю людського інтелекту є здатність приймати правильні рішення в умовах неповної і нечіткої інформації. Побудова моделей наближених роздумів людини і використання їх у комп'ютерних системах представляє сьогодні одну з найважливіших проблем науки.

Основи нечіткої логіки були закладені наприкінці 60-х років у працях відомого американського математика Латфі Заде. Соціальне замовлення на дослідження подібного роду було викликано зростаючим незадоволенням експертними системами. Хвалений "штучний інтелект", що легко справлявся із задачами керування складними технічними комплексами, був безпорадним при найпростіших висловленнях повсякденного життя, типу "Якщо машиною перед тобою керує недосвідчений водій - тримайся від неї подалі". Для створення дійсно інтелектуальних систем, здатних адекватно взаємодіяти з людиною, необхідний був новий математичний апарат, що переводить невиразні і неоднозначні життєві твердження в мову чітких і формальних математичних формул.

Першим серйозним кроком у цьому напрямку з'явилася теорія нечітких множин, розроблена Заде. Його робота "Fuzzy Sets", що з'явилася в 1965 році в журналі "Information and Control", заклала основи моделювання інтелектуальної діяльності людини і з'явилася початковим поштовхом до розвитку нової математичної теорії. Він же дав і назву для нової області науки -"fuzzy logic"(fuzzy - нечіткий, розмитий, м'який).

Щоб стати класиком, треба небагато випередити свій час. Існує легенда про те, яким чином була створена теорія "нечітких множин". Один раз Заде мав довгу дискусію зі своїм другом відносно того, чия з дружин є більш привабливою. Термін "приваблива" є дуже невизначеним і в результаті дискусії вони не змогли прийти до задовільного підсумку. Це змусило Заде сформулювати концепцію, що виражає нечіткі поняття типу "приваблива" у числовій формі.

Подальші роботи професора Л.Заде і його послідовників заклали міцний фундамент нової теорії і створили передумови для впровадження методів нечіткого управління в інженерну практику.

Апарат теорії нечітких множин, продемонструвавши ряд багатообіцяючих можливостей застосування - від систем керування літальними апаратами до прогнозування підсумків виборів, виявився разом з тим надмірно складним для втілення, враховуючи наявний на той час рівень технології - і на багато років нечітка логіка зайняла своє місце в ряді інших спеціальних наукових дисциплін - десь посередині між експертними системами і нейронними мережами...

Своє друге народження теорія нечіткої логіки пережила на початку вісімдесятих років, коли відразу кілька груп дослідників (в-основному в США і Японії) всерйоз зайнялися створенням електронних систем різного застосування, що використовують нечіткі керуючі алгоритми. Теоретичні основи для цих спроб були закладені в ранніх працях Коско й інших учених.

Третій період почався з кінця 80-х років і дотепер. Цей період характеризується бумом практичного застосування теорії нечіткої логіки в різних сферах науки і техніки. До 90-го року з'явилося близько 40 патентів, що відносяться до нечіткої логіки (30 - японських). Сорок вісім японських компаній утворили спільну лабораторію LIFE (Laboratory for International Fuzzy Engineering), японський уряд фінансував 5-річну програму по нечіткій логіці, що включає 19 різних проектів - від систем оцінки глобального забруднення атмосфери і передбачення землетрусів до АСУ заводських цехів і складів. Результатом виконання цієї програми з'явилася поява цілого ряду нових масових мікрочіпів, заснованих на нечіткій логіці. Сьогодні їх можна знайти в пральних машинах і відеокамерах, цехах заводів і моторних відсіків автомобілів, у системах керування складськими роботами і бойовими вертольотами.

У США розвиток нечіткої логіки йде по шляху створення систем, що потрібні великому бізнесу і військовим. Нечітка логіка застосовується при аналізі нових ринків, біржовій грі, оцінці політичних рейтингів, виборі оптимальної цінової стратегії і т.п. З'явилися і комерційні системи масового застосування.

Зсув центра досліджень нечітких систем вбік практичних застосувань привело до постановки цілого ряду проблем, зокрема:

* нові архітектури комп'ютерів для нечітких обчислень;
* елементна база нечітких комп'ютерів і контролерів;
* інструментальні засоби розробки;
* інженерні методи розрахунку і розробки нечітких систем керування, тощо.

**Нечіткі множини**

Нехай E - універсальна множина, x - елемент E, а R - певна властивість. Звичайна (чітка) підмножина A універсальної множини E, елементи якої задовольняють властивості R, визначається як множина впорядкованої пари A = {mA (х)/х}, де mA(х) - характеристична функція, що приймає значення 1, якщо x задовольняє властивості R, і 0 - в іншому випадку.

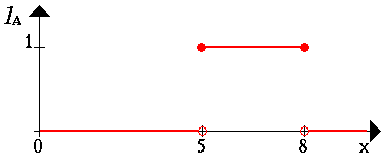
Нечітка підмножина відрізняється від звичайної тім, що для елементів x з E немає однозначної відповіді "ні" відносно властивості R. У зв'язку з цим, нечітка підмножина A універсальної множини E визначається як множина впорядкованої пари A = {mA(х)/х}, де mA(х) - характеристична функція приналежності (або просто функція приналежності), що приймає значення в деякій впорядкованій множині M (наприклад, M = [0,1]).

Функція приналежності вказує ступінь (або рівень) приналежності елемента x до підмножини A. Множина M називають множиною приналежностей. Якщо M = {0,1}, тоді нечітка підмножина A може розглядатися як звичайна або чітка множина.

Розглянемо множину X всіх чисел від 0 до 10. Визначимо підмножину A множини X всіх дійсних чисел від 5 до 8.

A = [5,8]

Покажемо функцію приналежності множини A, ця функція ставить у відповідність число 1 чи 0 кожному елементу в X, у залежності від того, належить даний елемент підмножині A чи ні. Результат представлений на наступному малюнку:



Можна інтерпретувати елементи, яким поставлена у відповідність 1, як елементи, що знаходяться в множині A, а елементи, яким поставлений у відповідність 0, як елементи, що не знаходяться в множині A.

Ця концепція використовується в багатьох областях застосувань. Але можна легко знайти ситуації, в яких даній концепції буде бракувати гнучкості.

У даному прикладі опишемо множину молодих людей. Більш формально можна записати так

B = {множина молодих людей}

Оскільки, взагалі, вік починається з 0, то нижня межа цієї множини повинна бути нулем. Верхню межу визначити небагато складніше. Спочатку встановимо верхню межу, скажемо, рівну 20 рокам. Таким чином, маємо B як чітко обмежений інтервал, буквально: B=[0,20] . Виникає питання: чому хтось у свій двадцятирічний ювілей - молодий, а відразу наступного дня вже не молодий? Очевидно, це структурна проблема, і якщо пересунути верхню межу в довільну точку, то можна задати таке ж питання.

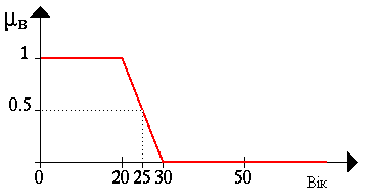
Більш природний шлях отримання множини B складається в ослабленні строгого поділу на молодих і не молодих. Зробимо це, виносячи не тільки чіткі судження Так, він належить множини молодих людей або Ні, вона не належить множини молодих людей, але і більш гнучкі формулювання ТАК, він належить до досить молодих людей або Ні, він не дуже молодий.

Розглянемо як за допомогою нечіткої множини визначити такий вираз, як він ще молодий.

В першому прикладі ми кодували всі елементи множини за допомогою 0 чи 1. Простим способом узагальнити дану концепцію є введення значення між 0 і 1. Реально можна навіть допустити нескінченне число значень між 0 і 1, в одиничному інтервалі I = [0, 1].

Інтерпретація чисел при співвідношенні всіх елементів множини стає тепер більш складною. Звичайно, знову число 1 ставиться у відповідність тому елементу, що належить множині B, а 0 означає, що елемент точно не належить множині B. Всі інші значення визначають ступінь приналежності до множини B.

Для наочності приведемо характеристичну функцію множини молодих людей, як і в першому прикладі.



Нехай E = {x1, x2, x3, x4, x5 }, M = [0,1]; A - нечітка множина, для якої

mA(x1)=0,3; mA(x2)=0; mA(x3)=1; mA(x4)=0,5; mA(x5)=0,9

Тоді A можна представити у виді:

A = {0,3/x1; 0/x2; 1/x3; 0,5/x4; 0,9/x5 } або

A = 0,3/x1 + 0/x2 + 1/x3 + 0,5/x4 + 0,9/x5,

(знак "+" є операцією не додавання, а об'єднання) або

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| A = | 0,3 | 0 | 1 | 0,5 | 0,9 |

**Основні характеристики нечітких множин**

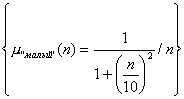
Нехай M = [0,1] і A - нечітка множина з елементами з універсальної множини E і множиною приналежностей M.

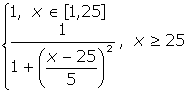
* Величина http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/ris3.gifmA(x) називається **висотою** нечіткої множини A. Нечітка множина A є нормальною, якщо її висота дорівнює 1, тобто верхня границя її функції приналежності дорівнює 1 ( http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/ris3.gifmA(x)=1). При mA(x)<1 нечітка множина називається **субнормальною**.
* Нечітка множина є **порожньою**, якщо "xОE m A(x)=0. Непорожню субнормальну множину можна нормалізувати по формулі mA(x) := http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/ris4.gif
* Нечітка множина є **унімодальною**, якщо mA(x)=1 лише для одного x з E.
* **Носієм** нечіткої множини A є звичайна підмножина з властивістю mA(x)>0, тобто носій A = {x/mA(x)>0} " xОE.
* Елементи xОE, для яких mA(x)=0,5 називаються **точками переходу** множини A.

**Приклади нечітких множин**

1. Нехай E = {0,1,2,..,10}, M =[0,1]. Нечітку множину "кілька" можна визначити таким чином: "кілька" = 0,5/3+0,8/4+1/5+1/6+0,8/7+0,5/8;

її характеристики: висота = 1, носій={3,4,5,6,7,8}, точки переходу - {3,8}.

2. Нехай E = {0,1,2,3,...,n,...}. Нечітку множину "малий" можна визначити: "малий" = 

3. Нехай E = {1,2,3,...,100} і відповідає поняттю "вік", тоді нечітку множину "молодий", можна визначити за допомогою m"молодий"(x) = 

Нечітка множина "молодий" на універсальній множині E' ={Іванов, Петров, Сидоров,...} задається за допомогою функції приналежності m"молодий"(x) на E = {1,2,3,..100} (вік), що називається відносно E' функцією сумісності, при цьому:

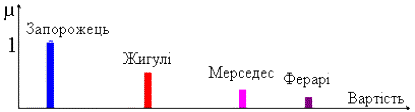
m"молодий"(Сидоров) = m"молодий"(x), де x - вік Сидорова.

4. Нехай E = {Запорожець, Жигулі, Мерседес,....} - множина марок автомобілів, а E' = [0,µ] - універсальна множина "вартість", тоді на E' ми можемо визначити нечіткі множини типу: "для небагатих ", "для середнього класу", "престижні", з функціями приналежності типу:



Маючи ці функції і знаючи ціни автомобілів з E у даний момент часу, мі тим самим визначимо на E' нечіткі множини з цими ж назвами.

Так, наприклад, нечітка множина "для небагатих", що задана на універсальній множині E={Запорожець, Жигулі, Мерседес,....} виглядає таким чином:



Аналогічно можна визначити нечітку множину "швидкісні", "середні", "тихохідні" і т.д.

**Методи побудови функцій приналежності нечітких множин**

У приведених вище прикладах використані прямі методи, коли експерт або просто задає для кожного xОE значення mA(x), або визначає функцію приналежності. Як правило, прямі методи завдання функції приналежності використовуються для вимірних понять, таких як швидкість, година, відстань, тиск, температура і т.д., тобто коли виділяються полярні значення.

У багатьох задачах при характеристиці об'єкта можна виділити набір ознак і для кожного з них визначити полярні значення, що відповідають значенням функції приналежності, 0 чи 1.

Наприклад, у задачі розпізнавання обличчя можна виділити наступні пункти:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | 0 | 1 |
| x1 | висота чола | низький | широкий |
| x2 | профіль носа | кирпатий | горбатий |
| x3 | довжина носа | короткий | довгий |
| x4 | розріз очей | вузькі | широкі |
| x5 | колір очей | світлі | темні |
| x6 | форма підборіддя | гострий | квадратний |
| x7 | товщина губ | тонкі | товсті |
| x8 | колір обличчя | темний | світлий |
| x9 | обрис обличчя | овальне | квадратне |

Для конкретного обличчя А експерт, виходячи з приведеної шкали, задає mA(x)О [0,1], формуючи векторну функцію приналежності { mA(x1), mA(x2),... mA(x9)}.

Непрямі методи визначення значень функції приналежності використовуються у випадках, коли немає елементарних вимірних властивостей, через які визначається потрібна нечітка множина. Як правило, це методи попарних порівнянь. Якби значення функцій приналежності були нам відомі, наприклад, mA(xi) = wi, i=1,2,...,n, тоді попарні порівняння можна представити матрицею відношень A = {aij}, де aij=wi/wj (операція ділення).

**Операції над нечіткими множинами**

**Вміщення**

Нехай A і B - нечіткі множини на універсальній множині E.

Говорять, що A міститься в B, якщо "x ОE mA(x) <mB(x).

Позначення: A М B.

Іноді використовують термін "домінування", тобто у випадку коли A М B, говорять, що B домінує A.

**Рівність**

A і B рівні, якщо "xОE mA(x) = mB (x).

Позначення: A = B.

**Доповнення**

Нехай M = [0,1], A і B - нечіткі множини, задані на E. A і B доповнюють один одного, якщо

"xОE mA(x) = 1 - m B(x).

Позначення: B = http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image010.gifчи A =http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image012.gif

Очевидно, що http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image012.gif= A. (Доповнення визначене для M = [0,1], але очевидно, що його можна визначити для будь-якого впорядкованого M).

**Перетинання**

AЗB - найбільша нечітка підмножина, що міститься одночасно в A і B.

mAЗB(x) = min( mA(x), mB(x)).

**Об'єднання**

А И В - найменша нечітка підмножина, що включає як А, так і В, з функцією приналежності:

mAИ B(x) = max(mA(x), m B(x)).

**Різниця**

А - B = АЗ http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image010.gifз функцією приналежності:

mA-B(x) = mA З http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image010.gif(x) = min( mA(x), 1 - m B(x)).

**Диз'юнктивна сума**

АЕB = (А - B)И(B - А) = (А Зhttp://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image010.gif ) И( http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image012.gifЗ B) з функцією приналежності:

mA-B(x) = max{[min{m A(x), 1 - mB(x)}];[min{1 - mA(x), mB(x)}] }

**Приклади**

Нехай:

A = 0,4/ x1 + 0,2/ x2+0/ x3+1/ x4;

B = 0,7/ x1+0,9/ x2+0,1/ x3+1/ x4;

C = 0,1/ x1+1/ x2+0,2/ x3+0,9/ x4.

Тут:

1. AМB, тобто A міститься в B чи B домінує A, С незрівнянно ні з A, ні з B, тобто парі {A, С} і {A, С} - парі недомінуємих нечітких множин.

2. A № B №C.

3. http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image012.gif= 0,6/ x1 + 0,8/x2 + 1/x3 + 0/x4;

http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image010.gif= 0,3/x1 + 0,1/x2 + 0,9/x3 + 0/x4.

4. AЗB = 0,4/x1 + 0,2/x2 + 0/x3 + 1/x4.

5. АИС = 0,7/x1 + 0,9/x2 + 0,1/x3 + 1/x4.

6. А - С = АЗ http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image010.gif= 0,3/x1 + 0,1/x2 + 0/x3 + 0/x4;

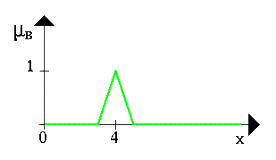
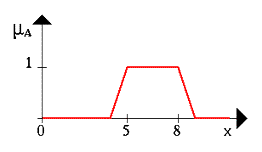
В - А =http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image012.gif З С = 0,6/x1 + 0,8/x2 + 0,1/x3 + 0/x4.

7. А Е В = 0,6/x1 + 0,8/x2 + 0,1/x3 + 0/x4.

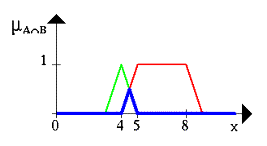
**Наочне представлення операцій над нечіткими множинами**

Для нечітких множин можна будувати візуальне представлення. Розглянемо прямокутну систему координат, на осі ординат якої відкладаються значення mA(x), на осі абсцис у довільному порядку розташовані елементи E (мі вже використовували таке представлення в прикладах нечітких множин). Якщо E по своїй природі впорядковано, те цей порядок бажано зберегти в розташуванні елементів на осі абсцис. Таке представлення робить наочними прості операції над нечіткими множинами.

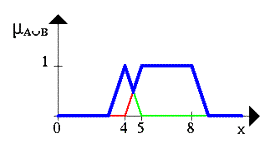
Нехай A нечіткий інтервал між 5 до 8 і B нечітке число близько 4, як показано на рисунку.



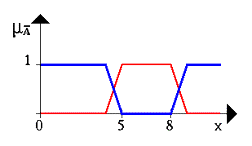
Проілюструємо нечітку множину між 5 і 8 I (AND) близько 4 (синя лінія).



Нечітка множина між 5 і 8 АБО (OR) близько 4 показана на наступному рисунку (знову синя лінія).



Наступний малюнок ілюструє операцію заперечення. Синя лінія - це ЗАПЕРЕЧЕННЯ нечіткої множини A.



В наступному рисунку заштрихована частина відповідає нечіткій множині A і зображує область значень А і всіх нечітких множин, що містяться в A. Решта рисунків зображують відповідно http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image012.gif, AЗhttp://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image012.gif, AИhttp://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image012.gif.

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image041.gif | http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image042.gif |
| http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image043.gif | http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image044.gif |

**Властивості операцій И і З**

Нехай А, В, С - нечіткі множини, тоді виконуються наступні властивості:

* http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image046.gif- комутативність;
* http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image048.gif- асоціативність;
* http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image050.gif- ідемпотентність;
* http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image052.gif- дистрибутивність;
* AИЖ = A, де Ж - порожня множина, тобто mЖ(x) = 0 "xОE;
* AЗЖ = Ж;
* AЗE = A, де E - універсальна множина;
* AИE = E;
* http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image054.gif- теореми де Моргана.

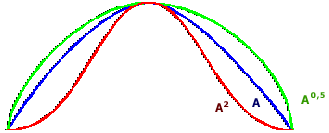
На відміну від чітких множин, для нечітких множин у загальному випадку:

* AЗhttp://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image012.gif№ Ж,
* AИhttp://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image012.gif№ E.

(Що, зокрема, проілюстровано вище в прикладі наочного представлення нечітких множин).

* CON(A) = A2 - операція концентрування,
* DIL(A) = A0,5 - операція розмиття,

які використовуються при роботі з лінгвістичними змінними.



**Множення на число**

Якщо a - позитивне число, таке, що a http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image061.gifm A(x)Ј1, тоді нечітка множина aA має функцію приналежності:

maA(x) = amA(x).

**Нечітка і лінгвістична змінні**

При описі об'єктів і явищ за допомогою нечітких множин використовується поняття нечіткої і лінгвістичної змінних .

Нечітка змінна характеризується трійкою <a, X, A>, де

* a - найменування змінної,
* X - універсальна множина (область визначення a),
* A - нечітка множина на X, що описує обмеження (тобто m A(x)) на значення нечіткої змінної a.

Лінгвістичною змінною називається набір <b ,T,X,G,M>, де

* b - найменування лінгвістичної змінної;
* Т - множина її значень (терм-множина), що представляють собою імена нечітких змінних, областю визначення, кожної з яких є множина X. Множина T називається базовою терм-множиною лінгвістичної змінної;
* G - синтаксична процедура, що дозволяє оперувати елементами терм-множини T, зокрема, генерувати нові терми (значення). Множина TИG(T), де G(T) - множина згенерованих термів, називається розширеною терм-множиною лінгвістичної змінної;
* М - семантична процедура, що дозволяє перетворити кожне нове значення лінгвістичної змінної, утвореною процедурою G, у нечітку змінну, тобто сформувати відповідну нечітку множину.

Щоб уникнути великої кількості символів:

* символ b використовують як для назви самої змінної, так і для всіх її значень;
* для позначення нечіткої множини і його назви користуються одним символом , наприклад, терм "молодий", що є значенням лінгвістичної змінної b = "вік", одночасно є і нечіткою множиною М ("молодий").

Присвоєння декількох значень символам припускає, що контекст дозволяє робити можливі невизначеності.

**Приклад**

Нехай експерт визначає товщину виробу, за допомогою поняття "мала товщина", "середня товщина" і "велика товщина", при цьому мінімальна товщина дорівнює 10 мм, а максимальна - 80 мм.

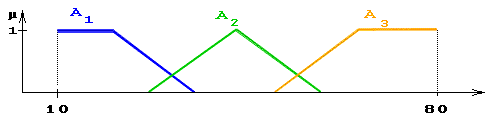
Формалізація такого опису може бути проведена за допомогою наступної лінгвістичної змінної <b, T, X, G, M>, де

* b - товщина виробу;
* T - {"мала товщина", "середня товщина", "велика товщина"};
* X - [10, 80];
* G - процедура утворення нових термів за допомогою зв'язувань "і", "або" і модифікаторів типу "дуже", "не", "злегка" і ін. Наприклад, "мала або середня товщина", "дуже мала товщина" і ін.;
* М - процедура завдання на X = [10, 80] нечітких підмножин А1="мала товщина", А2 = "середня товщина", А3="велика товщина", а також нечітких множин для термів з G(T) відповідно до правил трансляції нечітких зв'язувань і модифікаторів "і", "або", "не", "дуже", "злегка" і ін. операції над нечіткими множинами виду: А З C, АИ C, http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image012.gif, CON А = А2 , DIL А = А0,5 і ін.

Разом із розглянутими вище базовими значеннями лінгвістичної змінної "товщина" (Т={"мала товщина", "середня товщина", "велика товщина"}) існують можливі значення, що залежать від області визначення Х. У даному випадку значення лінгвістичної змінної "товщина виробу" можуть бути визначені як "близько 20 мм", "близько 50 мм", "близько 70 мм", тобто у вигляді нечітких чисел.

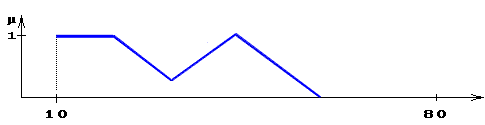
**Функції приналежності нечітких множин:**

"мала товщина" = А1 , "середня товщина"= А2, " велика товщина"= А3 .



Функція приналежності:

нечітка множина "мала чи середня товщина" = А1ИА1.



**Нечіткі висловлення і нечіткі моделі систем**

Нечіткими висловленнями будемо називати висловлення наступного виду:

1. Висловлення <b є b'>, де b - найменування лінгвістичної змінної, b' - її значення, якому відповідає нечітка множина на універсальній множині Х. Наприклад, висловлення <тиск великий> припускає, що лінгвістичній змінній "тиск" надається значення "великий", для якого на універсальній множині Х змінної "тиск" визначена, відповідно даному значенню "великий", нечітка множина.
2. Висловлення <b є mb'>, де m - модифікатор, якому відповідають слова "ДУЖЕ", "БІЛЬШ-МЕНШ", "НАБАГАТО БІЛЬШЕ" і ін. Наприклад: <тиск дуже великий>, <швидкість набагато більше середньої> і ін.
3. Складні висловлення, утворені з висловлень видів 1. і 2. і союзів "І", "АБО", "ЯКЩО.., ТОДІ...", "ЯКЩО.., ТОДІ.., ІНАКШЕ".

**Висловлення на множині значень фіксованої лінгвістичної змінної**

Якщо значення фіксованої лінгвістичної змінної відповідають нечітким множинам однієї універсальної множини Х, можна ототожнювати модифікатори "дуже" чи "не" з операціями "CON" і "доповнення", а союзи "І", "АБО" з операціями "перетинання" і "об'єднання" над нечіткими множинами .

Для ілюстрації поняття лінгвістичної змінної мі як приклад розглядали лінгвістичну змінну "товщина виробу" з базовою терм-множиною Т = {"мала", "середня", "велика"}. При цьому на Х = [10, 80] ми визначили нечіткі множини А1, А2, А3, що відповідають базовим значенням: "мала", "середня", "велика".

У цьому випадку висловленню <товщина виробу дуже мала> відповідає нечітка множина CONA = A2; висловленню <товщина виробу не велика або середня> - нечітка множина А2И http://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image069.gif; висловленню <товщина виробу не мала і не велика> А1Зhttp://www.victoria.lviv.ua/html/oio/images/theme11/image069.gif .

**Нечіткі множини в системах керування**

Найбільш важливим застосуванням теорії нечітких множин є контролери нечіткої логіки. Їх функціонування дещо відрізняється від роботи звичайних контролерів; для опису системи замість диференційних рівнянь використовуються знання експертів. Ці знання можуть бути виражені за допомогою лінгвістичних змінних, які описані нечіткими множинами.

**Загальна структура нечіткого мікроконтролера**

Загальна структура мікроконтролера, що використовує нечітку логіку, показана на рис.1. Вона містить у своєму складі наступні складові:

* блок фазіфікації;
* базу знань;
* блок рішень; блок дефазіфікації.

Блок фазіфікації перетворює чіткі величини, виміряні на виході об'єкта керування, у нечіткі величини, що описані лінгвістичними змінними в базі знань.

Блок рішень використовує нечіткі умовні ( if - then ) правила, закладені в базі знань, для перетворення нечітких вхідних даних у необхідні керуючі впливи, що носять також нечіткий характер.

Блок дефазіфікації перетворює нечіткі дані з виходу блоку рішень у чітку величину, що використовується для керування об'єктом.

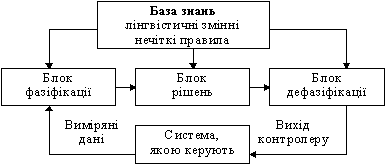


Рис. 1. Загальна структура нечіткого мікроконтролера

Як приклад відомих мікроконтролерів, що підтримують нечітку логіку можна назвати 68HC11, 68HC12 фірми Motorola, MCS-96 фірми Intel, а також деякі інші.

Всі системи з нечіткою логікою функціонують за одним принципом: показання вимірювальних приладів: фазіфікуються (перетворюються в нечіткий формат), обробляються, дефазіфікуються й у вигляді звичайних сигналів подаються на виконавчі пристрої.

Розглянемо випадок керування мобільним роботом, задачею якого є об'їзд перешкод. Введемо дві лінгвістичні змінні: ДИСТАНЦІЯ (відстань від робота до перешкоди) і НАПРЯМОК (кут між подовжньою віссю робота та напрямком на перешкоду).

Розглянемо лінгвістичну змінну ДИСТАНЦІЯ. Значеннями її можна визначити терми ДАЛЕКО, СЕРЕДНЕ, БЛИЗЬКО і ДУЖЕ БЛИЗЬКО. Для фізичної реалізації лінгвістичної змінної необхідно визначити точні фізичні значення термів цієї змінної. Нехай змінна ДИСТАНЦІЯ може приймати будь-які значення з діапазону від нуля до нескінченності. Відповідно до теорії нечітких множин, у такому випадку кожному значенню відстані з зазначеного діапазону може бути поставлене у відповідність деяке число від нуля до одиниці, що визначає ступінь приналежності даної фізичної відстані (припустимо 40 см) до того чи іншого терму лінгвістичної змінної ДИСТАНЦІЯ. Ступінь приналежності визначаємо функцією приналежності М(d), де d-відстань до перешкоди. У нашому випадку відстані 40 см. Можна задати ступінь приналежності до терму ДУЖЕ БЛИЗЬКО рівним 0,7 , а до терму БЛИЗЬКО - 0,3 (рис. 2.). Конкретне визначення ступеня приналежності може проходити тільки при роботі з експертами.

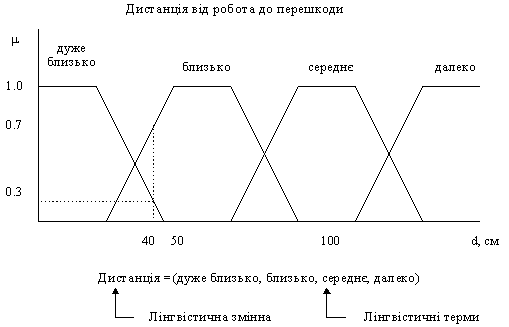
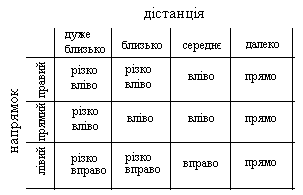


Рис. 2. Лінгвістична змінна і функція приналежності

Змінній НАПРЯМОК, яка може приймати значення в діапазоні від 0 до 360 градусів, задамо терми ЛІВИЙ, ПРЯМИЙ і ПРАВИЙ.

Тепер необхідно задати вихідні змінні. У даному прикладі достатньо однієї, яка назвемо РУЛЬОВИЙ КУТ. Вона може містити терми: РІЗКО ВЛІВО, ВЛІВО, ПРЯМО, ВПРАВО, РІЗКО ВПРАВО. Зв'язок між входом та виходом запам'ятовується в таблиці нечітких правил.

Таблиця нечітких правил



Кожний запис у даній таблиці відповідає своєму нечіткому правилу, наприклад: Якщо дистанція близько і напрямок правий , тоді рульовий кут різко вліво

Таким чином, мобільний робот з нечіткою логікою буде працювати за наступним принципом: дані з сенсорів про відстань до перешкоди та напрямок до неї будуть фазіфіковані, оброблені згідно табличних правил, дефазіфіковані і дані, що отримані, у вигляді керуючих сигналів надходять на приводи робота.

**Нечітка логіка в Matlab**

Fuzzy logic toolbox - вбудована в Matlab сукупність функцій, що містить набір засобів, які дозволяють:

* створювати і редагувати нечіткі системи всередині середовища Matlab;
* вбудовувати нечітку підсистему в SimuLink (поставляється з Matlab) при моделюванні загальної системи;
* побудувати нечітку систему в Matlab у вигляді процедури, що викликається з програми, яка написана на мові Сі.

Даний набір інструментів забезпечує три категорії інструментальних засобів програмування нечітких систем:

* функції командного рядка (command line functions);
* графічний інтерактивний інтерфейс;
* використання вбудованих блоків SimuLink.

Перша категорія - готові функції, які можна викликати відразу з командного рядка Matlab. Практично усі вони являють собою м-файли, що містять послідовність виразів, що виконують спеціалізований нечіткий алгоритм. Для перегляду вихідного коду функцій необхідно набрати в командному рядку:

type ім'я\_функції

Крім того, Matlab дозволяє їх модифікувати шляхом копіювання і перейменування відповідного файлу та наступного його редагування. Таким чином, нечіткий набір інструментів є розширеним власними функціями.

Друга категорія дозволяє отримати доступ до тих самих функцій через графічний користувальницький інтерфейс, за допомогою якого набагато зручніше конструювати й аналізувати нечіткі системи.

Третя категорія - моделювання в середовищі SimuLink. Тут підсистеми представляються у виді блоків - можна з'єднати будь-яким чином і відразу отримати результати.

У Matlab є багато вбудованих функцій приналежності, зокрема:

* сигмоїдальна;
* двостороння сигмоїдальна;
* гаусова;
* дзвоноподібної форми
* S-функція приналежності;
* Z-функція приналежності;
* трапецієподібна;
* трикутна й ін.

Усі дії над нечіткими числами задаються мінімальним набором функцій і відбуваються всередині програми. Таким чином, користувачу необов'язково вивчати усі тонкощі теорії нечітких множин, достатньо лише визначити усі вхідні і вихідні змінні і задати таблицю правил, а решту роботи робить Matlab. Дефазіфікація виконується в один з п'ятьох методів, зазначених програмістом. Крім того, можна вивести на екран відповідно до введених правил результуючі поверхні керування в залежності від комбінації входів, схему отриманої нечіткої програми, і це лише мала частина всіх можливостей даного набору інструментів.

**Переваги нечітких систем**

Коротко перелічимо відмітні переваги fuzzy-систем у порівнянні з іншими:

* можливість оперувати вхідними даними, заданими нечітко: наприклад, що безупинно змінюються в часі значення (динамічні задачі), значення, що неможливо задати однозначно (результати статистичних опитувань, рекламні компанії і т.д.);
* можливість нечіткої формалізації критеріїв оцінки і порівняння: оперування критеріями "більшість", "можливе", переважно" і т.д.;
* можливість проведення якісних оцінок як вхідних даних, так і виведених результатів: ви оперуєте не тільки власне значеннями даних, але їхнім ступенем вірогідності (не плутати з імовірністю!) і її розподілом;
* можливість проведення швидкого моделювання складних динамічних систем і їхній порівняльний аналіз із заданим ступенем точності: оперуючи принципами поведінки системи, описаними fuzzy-методами, ви по-перше, не витрачаєте багато часу на з'ясування точних значень змінних і складання рівнянь, що їх описують, по-друге, можете оцінити різні варіанти вихідних значень.

**Застосування нечітких систем**

Що стосується вітчизняного ринку комерційних систем на основі нечіткої логіки, то його формування почалося в середині 1995 року. Найбільш популярні в замовників наступні пакети:

* CubiCalc 2.0 RTC - одна з найбільш могутніх комерційних експертних систем на основі нечіткої логіки, що дозволяє створювати власні прикладні експертні системи ;
* CubiQuick - дешева <університетська> версія пакета CubiCalc ;
* RuleMaker - програма автоматичного витягу нечітких правил із вхідних даних ;
* FuziCalc - електронна таблиця з нечіткими полями, що дозволяє робити швидкі оцінки при неточно відомих даних без нагромадження похибки;
* OWL - пакет, що містить вихідні тексти усіх відомих видів нейронних мереж, нечіткої асоціативної пам'яті і т.д.

Основними споживачами нечіткої логіки на ринку СНД є банкіри і фінансисти, а також фахівці в області політичного й економічного аналізу. Вони використовують CubiCalc для створення моделей різних економічних, політичних, біржових ситуацій. Що ж стосується легкого в освоєнні пакета FuziCalc, то він зайняв своє місце на комп'ютерах великих банкірів і фахівців з надзвичайних ситуацій - тобто тих, для кого найбільше важлива швидкість проведення розрахунків в умовах неповноти і неточності вхідної інформації. Однак можна з упевненістю сказати, що епоха розквіту прикладного використання нечіткої логіки на вітчизняному ринку ще попереду.

Сьогодні елементи нечіткої логіки можна знайти в десятках промислових виробів - від систем керування електропоїздами і бойовими вертольотами до пилососів і пральних машин. Рекламні кампанії багатьох фірм (переважно японських) підносять успіхи у використанні нечіткої логіки як особливу конкурентну перевагу. Без застосування нечіткої логіки немислимі сучасні ситуаційні центри керівників західних країн, у яких приймаються ключові політичні рішення і моделюються всілякі кризові ситуації. Одним із вражаючих прикладів масштабного застосування нечіткої логіки стало комплексне моделювання системи охорони здоров'я і соціального забезпечення Великобританії (National Health Service - NHS), що вперше дозволило точно оцінити й оптимізувати витрати на соціальні нестатки .

Не обійшли засоби нечіткої логіки і програмні системи, що обслуговують великий бізнес. Першими, зрозуміло, були фінансисти, задачі яких вимагають щоденного прийняття правильних рішень у складних умовах непередбаченого ринку. Перший рік використання системи Fuji Bank приносив банку в середньому $770000 на місяць (і це тільки офіційно оголошений прибуток !).

Слідом за фінансистами, стурбовані успіхами японців і втратою стратегічної ініціативи, когнітивними нечіткими схемами зацікавилися промислові гіганти США. Motorola, General Electric, Otis Elevator, Pacific Gas & Electric, Ford і інші на початку 90-х почали інвестувати в розробку виробів, що використовують нечітку логіку. Маючи солідну фінансову "підтримку", фірми, що спеціалізуються на нечіткій логіці, одержали можливість адаптувати свої розробки для широкого кола застосувань. "Зброя еліти" вийшла на масовий ринок.

Серед лідерів нового ринку виділяється американська компанія Hyper Logic, заснована в 1987 році Фредом Уоткинсом (Fred Watkins). Спочатку компанія спеціалізувалася на нейронних мережах, однак незабаром цілком сконцентрувалася на нечіткій логіці. Недавно вийшла на ринок друга версія пакета CubiCalc фірми HyperLogic, яка є однієї з найбільш могутніх експертних систем на основі нечіткої логіки. Пакет містить інтерактивну оболонку для розробки нечітких експертних систем і систем керування, а також run-time модуль, що дозволяє оформляти створені користувачем системи у виді окремих програм.

Крім Hyper Logic серед "патріархів" нечіткої логіки можна також назвати такі фірми як IntelligenceWare, InfraLogic, Aptronix. Усього ж на світовому ринку представлено більш 100 пакетів, які тим чи іншим видом використовують нечітку логіку. У трьох десятках СУБД реалізована функція нечіткого пошуку. Власні програми на основі нечіткої логіки анонсували такі гіганти як IBM, Oracle і інші.

На принципах нечіткої логіки побудований і один з російських програмних продуктів - відомий пакет "Бізнес-прогноз". Призначення цього пакета - оцінка ризиків і потенційної прибутковості різних бізнес-планів, інвестиційних проектів і просто ідей щодо розвитку бізнесу. "Ведучи" користувача по сценарію його задуму, програма задає ряд питань, що допускають як точні кількісні відповіді, так і наближені якісні оцінки - типу "малоймовірно", "ступінь ризику високий" і т.д. Узагальнивши всю отриману інформацію у виді єдиної схеми бізнесу-проекту, програма не тільки виносить остаточний вердикт про ризикованість проекту й очікуваних прибутків, але і вказує критичні точки і слабкі місця в авторському задумі. Від аналогічних іноземних пакетів "Бізнес-прогноз" відрізняється простотою, дешевиною і, зрозуміло, російськомовним інтерфейсом. Утім, цілком очевидно, що програма "Бізнес-прогноз" - лише перша ластівка, за якої неминуче підуть нові розробки вчених СНД.